Die Benützung der hier folgenden pdf-Datei

“Geometrische Flächen und Körper zum Be - greifen” Modelle für eine Fachkonferenz

Downloadausgabe

Methodisch-didaktische Vorbemerkungen zur Arbeit mit Modellen

... und speziell zu diesen Modellen für Ihre Fachkonferenz

Sie finden hier exemplarisch die Netze von 9 verschiedenen Modellen. Sie können entweder die nicht eingefärbten Kopiervorlagen auf farbigen Kopierkarton mit 160 g/m² ausdrucken oder für die farbigen Modelle weißen Karton mit bis zu 250 g/m² verwenden.

Das Arbeiten mit geometrischen Modellen passt zu vielen der in der Verordnung über die Bildungsstandards angeführten Handlungsbereiche und was das Wichtigste ist: Ihre SchülerInnen erarbeiten sich dadurch eine Vielzahl der dort angeführten Kompetenzen - nicht nur für die Schule sondern für das Leben. Es geht für Sie also um einen kompetenzorientierten Unterricht.

Kompetenzen können nicht gelehrt, sondern können nur erworben werden. Die prozessbezogenen Kompetenzen werden von den SchülerInnen in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden (nachhaltig) durch mathematische Prozesse (Handlungen) erworben.

Entdeckendes Lernen ist wichtiger als das Ausführen fertig präsentierter Lösungsrezepte. „Vorstellung ersetzt erst dann das Handeln, wenn es von diesem ausreichend Erkenntnisse gewonnen hat.“ (Piaget)

Zum Denken provozieren - zum Lernen motivieren

Ich lade Sie nun ein, in Ihrer Fachkonferenz einerseits die Modelle selbst zu bauen, andererseits aber in der Diskussion über die Modelle und die Denkanstöße die hier "drinnen stecken" zu erleben, wie Sie selbst hier neue Kompetenzen auch für Ihren Unterricht erlangen.

Vom Be - greifen zum Begreifen ist es nicht weit

Wenn Ihnen die Arbeit mit geometrischen Modellen für Ihren Unterricht als eine Bereicherung erscheint, so lade ich Sie ein, meine Homepage mit ihren hunderten Modellen durchzuschauen:

http://www.mathematikmodelle.net

Ich würde mich freuen, eine kurze Information über Ihre Erfahrungen in der Arbeit mit den Modellen für Ihre Fachkonferenz zu erhalten.

Mit den besten Wünschen für Ihre Arbeit

Manfred Pfennich
Talstraße 181
8583 Edelschrott
Tel.: 0650 3145 356
Mail: Manfred.Pfennich@aon.at

Allgemeine methodisch-didaktische Bemerkungen zur Arbeit mit Modellen in Mathematik

Im bisher üblichen Geometrieunterricht lernen die SchülerInnen in einer gelehrsamen (Formel-)Sprache zu reden und Berechnungen auszuführen, zu denen ihnen jede Erlebnisgrundlage fehlt. Statt **das Erlebte zu verstehen** und **selbst** in Formeln auszudrücken, lern(t)en sie, das Nicht-Erlebte (das Nicht-"Be-griffene") zu kommentieren sehr oft, ohne es zu verstehen.
Raumvorstellungsvermögen und überhaupt das Verständnis für geometrische Flächen und Körper können nur aus dem **Hantieren** mit diesen und aus der objektgebundenen Anschauung entwickelt werden.

Da die Mathematikbücher von der 4. Schulstufe aufwärts diesem von der Entwicklungspsychologie her lange bekannten Problem überhaupt nicht gerecht werden, soll hier die Kopiervorlagensammlung

Geometrische Flächen und Körper zum "Be-greifen"

Geometrie von A bis Z

www.mathematikmodelle.net

mit jetzt mehr als 1150 Seiten aushelfen. Hunderte Modelle und Vorschläge zum Selbstbau und zum Arbeiten mit den verschiedenen Flächen und Körpern sind hier zu finden.

Aus der Einseitigkeit der reinen Formel-Geometrie wird ein kommunikativer Unterricht, der den sozialen Bedürfnissen der SchülerInnen gerecht wird.

Diese Kopiervorlagensammlung umfasst - angefangen mit den Maßreihen nach den verschiedenen Flächen und Flächenverwandlungen vor allem **die wesentlichen geometrischen Körper, die in der 4. bis 10. Schulstufe mathematisch betrachtet werden.** Besonders für die Gymnasiale Oberstufe interessant sind die Platonischen, Archimedischen und Catalanischen Körper sowie die Kegelschnittlinien.
Viele Modelle sind äußerst wertvolle Objekte für die Darstellung in technischen Zeichnungen (Geometrisches Zeichnen bzw. Darstellende Geometrie).
Ein eigenes Kapitel enthält die 7 Kristallsysteme mit ihren 32 Kristallklassen der Mineralogie, die natürlich auch geometrische Körper sind.

Da für jeden Bereich eine Vielzahl von Beispielen bereitgestellt ist, sollte wirklich jeder Schüler / jede Schülerin *in jedem Teilbereich* ***s e l b s t t ä t i g*** arbeiten können, Flächenumwandlungen und Schneidebeweise durchführen und bei der mathematischen Behandlung eines Körpers das dazugehörende Modell selbst zusammenbauen. Es ist jederzeit möglich die große Zahl der Modelle von verschiedenen SchülerInnen parallel bauen und mathematisch bearbeiten zu lassen. Partner- oder Kleingruppenarbeit ist möglich, es bieten sich viele Möglichkeiten zur Wiederholung und Festigung mit leistungsschwachen SchülerInnen genauso gut aber auch viele Möglichkeiten für Erweiterungsstoff zur Arbeit mit besonders leistungswilligen SpitzenschülerInnen.

Der Zusammenbau von Modellen ist im Normalfall eine Hausaufgabe. Achten Sie bitte darauf, dass nicht gutmeinende Eltern diese Arbeit übernehmen, damit das Modell besonders sauber wird! So kann sich die Feinmotorik bei den SchülerInnen nie entwickeln! (Transport der Modelle in einer Plastikdose)

Viele Flächen- oder Körpermodelle können auch in höheren Schulstufen zum Wiederholen und Festigen bzw. zum Auffüllen von Wissenslücken bei einzelnen SchülerInnen eingesetzt werden. Eine Reihe von Blanko-Arbeitsblättern ermöglicht auch SchülerInnen das Entwickeln eigener Modelle, die dann zur mathematischen Diskussion anregen. Laden Sie Ihre SchülerInnen immer wieder dazu ein, eigene Modelle selbst zu entwickeln!

Alle Flächen oder Körper werden immer nur aus dem aktuellen Unterrichtsgeschehen heraus bearbeitet oder gebaut, nichts voraus! Einzig für SpitzenschülerInnen kann diese Regel aus didaktischen (und pädagogischen) Erwägungen heraus durchbrochen werden, sind doch oft unterforderte Schüler besonders lästige Schüler.

Es hat sich bewährt, dass die SchülerInnen die aktuellen Modelle schon vor dem Zusammenbauen auf den einzelnen Teilen mit Namen versehen in einer Schachtel in der Klasse aufbewahren. Später sollen sie wohl (z.B. in einer Dose als Schutz) nach Hause genommen, aber noch immer für eine Wiederholung aufgehoben werden. Im Laufe mehrerer Jahre kommt so ein wahrer Flächen und Körperschatz zusammen.

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen!

Sie haben von mir die pdf-Dateien der Modelle für den M-Unterricht erhalten. Ich habe diese Modelle aus den mehr als 1150 Seiten meiner Kopiervorlagensammlung

<u>Geometrische Flächen und Körper zum Be-greifen</u>

Geometrie von A bis Z

www.mathematikmodelle.net

deshalb ausgesucht, weil sie exemplarisch die methodischen Zugänge dieses Werkes für den Mathematikunterricht zeigen:

Die Vielzahl ähnlicher Aufgabenstellungen bei den Modellen (aber auch bei den Arbeitsblättern für die Maßreihen - und Geometrie ist ohne das Beherrschen der Maßreihen nicht möglich) ermöglicht innere Differenzierung weit besser, als es irgendein Lehrbuch kann. Den SchülerInnen geht heute vielfach das "Be-greifen" (die haptische Erfahrung) in der Geometrie ab. Erst das Be-greifen realer geometrischer Körper mit dem daraus folgenden Verstehen kann zur Berechnung und zur Abstraktion in der geometrischen Zeichnung mit ihren Rissdarstellungen führen.

<u>Nun zur Arbeit mit den Modellen:</u>

Es wird Sie sicherlich beim ersten Anschauen der Modelle verunsichert haben, dass bei allen Modellen anscheinend unsinnigerweise an **<u>allen</u>** Außenkanten der Flächen Klebefalze vorhanden sind. Wie wir aber wissen, gehen unsere SchülerInnen mit ihren Dingen nicht gerade fürsorglich um. Da bieten nun **Doppelklebefalze** bei den Modellen doch eine viel stärkere Versteifung der Kanten als einfache Klebefalze. Natürlich zeigen die - lieblos auf viel zu dünnes Papier gedruckten - Netze hinten in unseren Schulbüchern, dass die Autoren hier wenig Unterrichtserfahrung haben. Wenn Sie es aber so wollen, können Sie gerne auf die "nicht unbedingt notwendigen" Klebefalze verzichten. Unbedingt aber müssen alle Klebefalze und alle Kanten der Körper (das sind alle 0,7mm Linien) "gefalzt" werden, d.h. mit einem Kugelschreiber werden diese Linien nachgezogen. (Zeitungspapier unterlegen!) Dadurch wird der Papierfilz hier dünn gepresst und das Knicken kann exakt erfolgen. Der tropfende Uhu klebt am besten, unbrauchbar sind "flinke Flasche" oder Klebestifte.

<u>Warum gerade Dreiecksprisma, Pyramidenstumpf und Kegelstumpf?</u>

Diese Modelle sind hier in verschiedenen Varianten vorliegend, was einen methodischen Sinn hat:

<u>Zum Denken provozieren - zum Lernen motivieren</u>

1. Das Dreiecksprisma:

  a) Stellen Sie zuerst das ganze Modell so auf, dass die Dreiecksflächen als Seitenwände hochstehen. Können wir so mit irgendeiner Formel sein Volumen berechnen? Wir müssen uns vieles in der Mathematik so "zurechtdrehen", dass es erst berechenbar wird.

b) Nehmen wir nun jenes Modell, das in halber Höhe abgeschnitten ist. Hat da die Spitze die Hälfte des Gesamtvolumens? Zuerst wird geschätzt (auch viele L LehrerInnen liegen hier oft sehr daneben - aber das ist keine Schande. Geben wir ruhig zu, dass auch wir nicht alles wissen!), dann ist die Volumenmessung mit Mensur und Goldhirse dran (Wasser - wie in Physik bei der Bestimmung des Volumens eines unregelmäßigen Körpers - ist hier begreiflicherweise nicht möglich!) und zum Schluss folgt die Berechnung. Wie ist das Größenverhältnis der Teile zu einander? Wie bringen wir den Anteil der Spitze in die Formel des Gesamtprismas ein? Wieviel bleibt als Prismenstumpf?

c) Wenn wir nun nur 1/3 des Dreieckprismas abschneiden? Das gleiche Spiel von vorne!

d) Nun werden 3/4 des Dreieckprismas abgenommen. Das gleiche Spiel von vorne!
e) Wenn wir die von den Teilen abgenommenen Maße für die Höhen und verschieden großen Grundkanten vergleichen: Welcher geometrischer Lehrsatz spielt hier so stark mit? Es ist natürlich der S.......satz. Auch viele MathematiklehrerInnen stehen hier manchmal ganz schön lange auf der "Seife".

2. Eine quadratische Pyramide verliert die Spitze:

a) Wieder wird von der ganz aufgebauten Pyramide die Spitze (mit halber Pyramidenhöhe) abgenommen. Übrigens: Wie misst man die Höhe einer Pyramide, ohne sie berechnen zu müssen? (Die Mama misst die Kinder mit einem Buch oder Dreieck gegen den Türstock!) Wieder die Volumensanteile schätzen, mit Goldhirse messen (vielleicht hat schon der gute alte Archimedes daran gedacht.....?) und schließlich berechnen. Warum ist hier das Verhältnis der Volumina nicht gleich wie beim Versuch b) mit dem Dreiecksprisma?
Ganz wichtig ist hier das selbst erfinden von Volumsformeln für den Anteil der Spitze bzw. des Pyramidenstumpfes am Gesamtvolumen der Pyramide!

b) Das gleiche Spiel mit der Pyramide, die das obere Drittel verliert. Und wieder ist der Anteil der Spitze am Gesamtvolumen nicht gleich wie beim Beispiel c) für das Dreiecksprisma. Warum?

3. Ein Kegel verliert die Spitze:

Das gleiche Spiel wie bei der Pyramide und zuvor beim Dreiecksprisma.
Weil es ja jetzt schon langweilig wird, eine Zusatzüberlegung: Wie schaut es mit den Verhältnissen der Oberflächen der Teile zu einander bzw. zum Ganzen aus? Sind sie gleich mit dem Verhältnis ihrer Volumina zu einander?

Ich wünsche Ihnen viel Spaß bei der praktischen und (in Ihrer Fachkonferenz) unterrichtstheoretischen Arbeit mit den Modellen. Auch Sie werden neue Kompetenzen dazugewinnen. Und bedenken Sie dabei:

Kompetenzen können nicht gelehrt, sondern können nur erworben werden. Die prozessbezogenen Kompetenzen werden von den SchülerInnen in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden (nachhaltig) durch mathematische Prozesse (Handlungen) erworben.

Entdeckendes Lernen ist wichtiger als das Ausführen fertig präsentierter Lösungsrezepte. „Vorstellung ersetzt erst dann das Handeln, wenn es von diesem ausreichend Erkenntnisse gewonnen hat.“ (Piaget)

Vom "Be - greifen" zum Begreifen ist es nicht weit

Mit freundlichen Grüßen

Manfred Pfennich
8583 Edelschrott
Tel.: 0650 3145 356
Manfred.Pfennich@aon.at

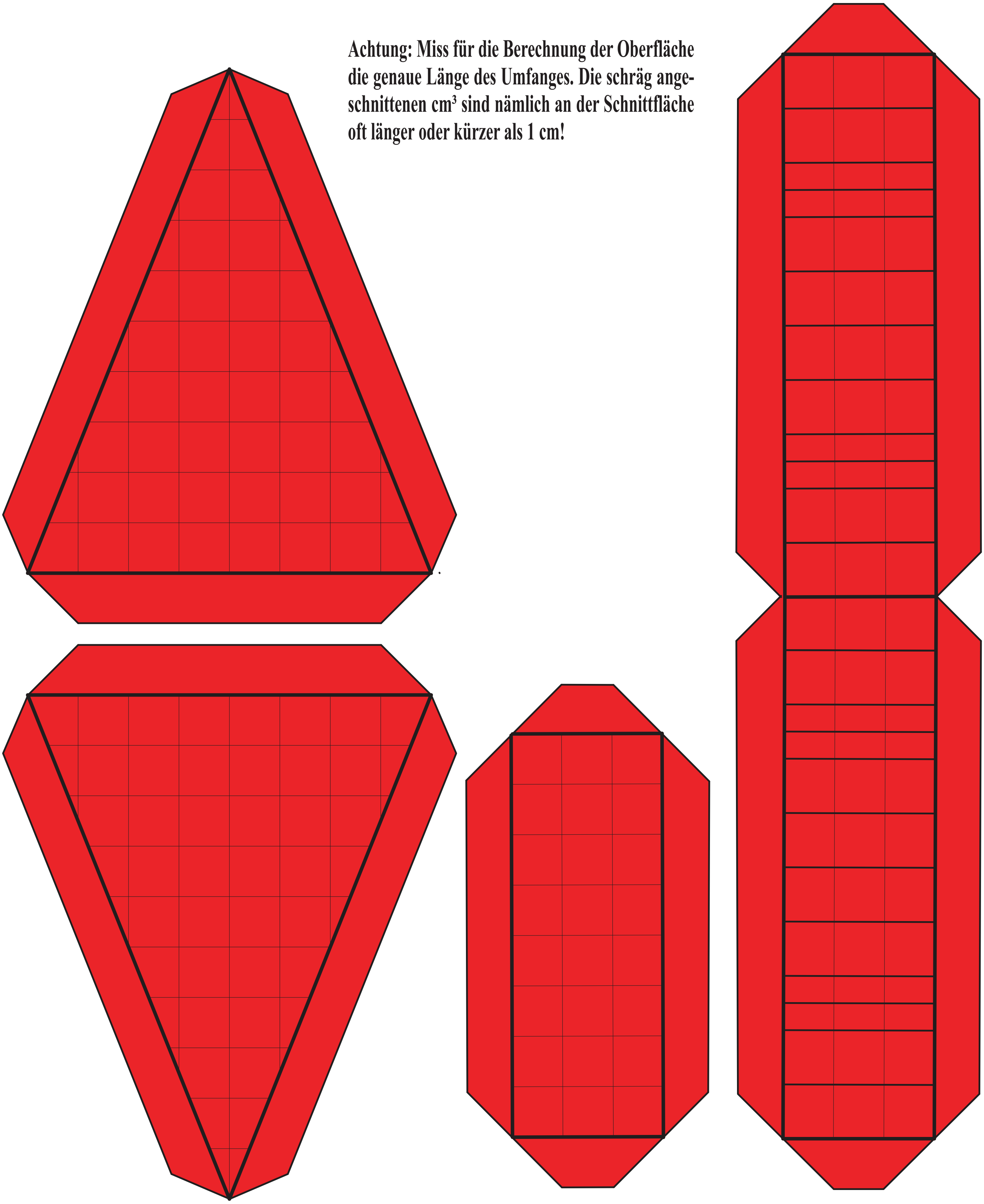
Wenn Sie sich die Mühe machen, mir ein Mail über Ihre Eindrücke in der Arbeit mit diesen Modellen zu schreiben, freue ich mich sehr. Fotos aus dem Konferenz- oder Unterrichtsgeschehen wären natürlich auch etwas Feines!

Übrigens:

Verglichen mit unseren MusikerzieherInnen und BE-LehrerInnen "verkaufen" wir Mathematiklehrer uns schlecht und präsentieren unsere Arbeit viel zu wenig. Hier wären doch sinnvolle öffentlichkeitswirksame Projekte in reicher Zahl möglich und unsere SchülerInnen könnten dadurch nur profitieren! Noch dazu gibt es viele Möglichkeiten für Fächer-übergreifendes Arbeiten.

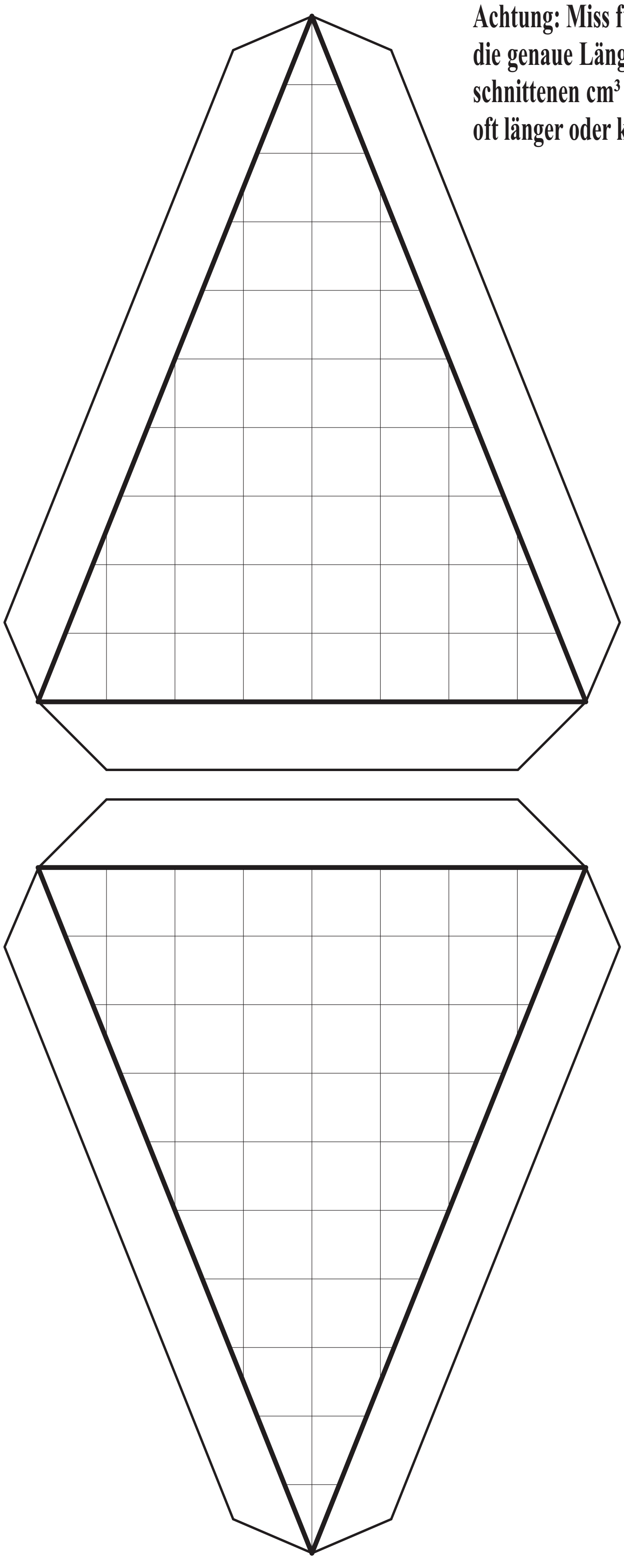
Dreiecksprisma

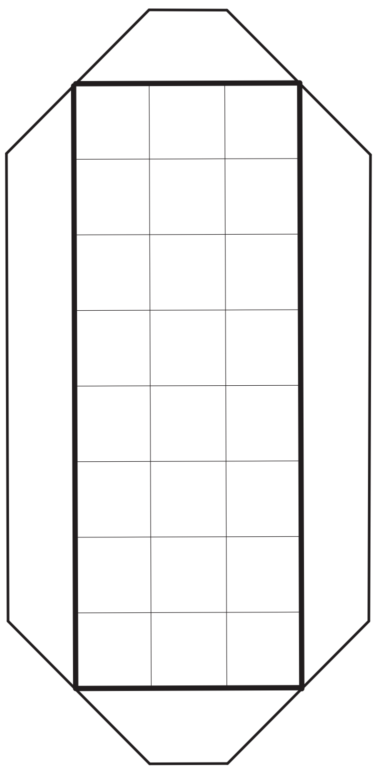
Achtung: Miss für die Berechnung der Oberfläche die genaue Länge des Umfanges. Die schräg angeschnittenen cm³ sind nämlich an der Schnittfläche oft länger oder kürzer als 1 cm!

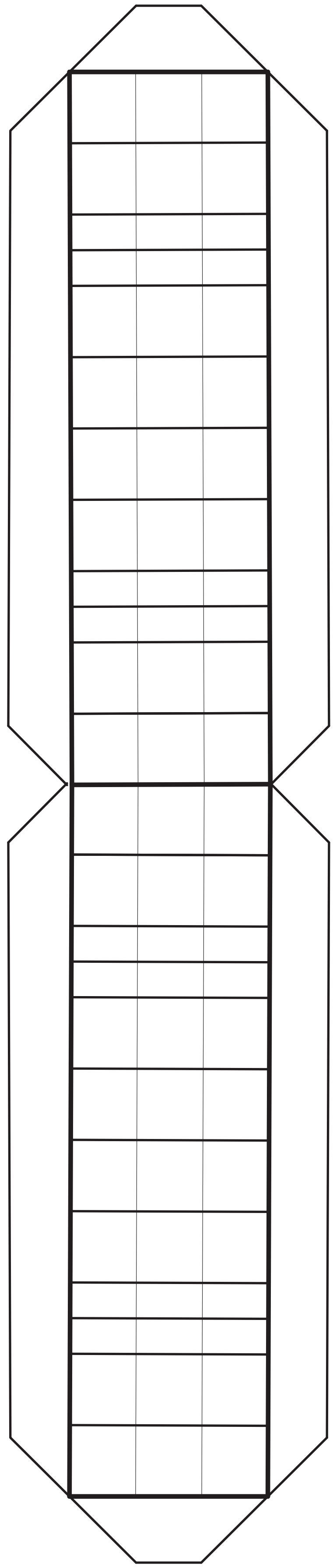


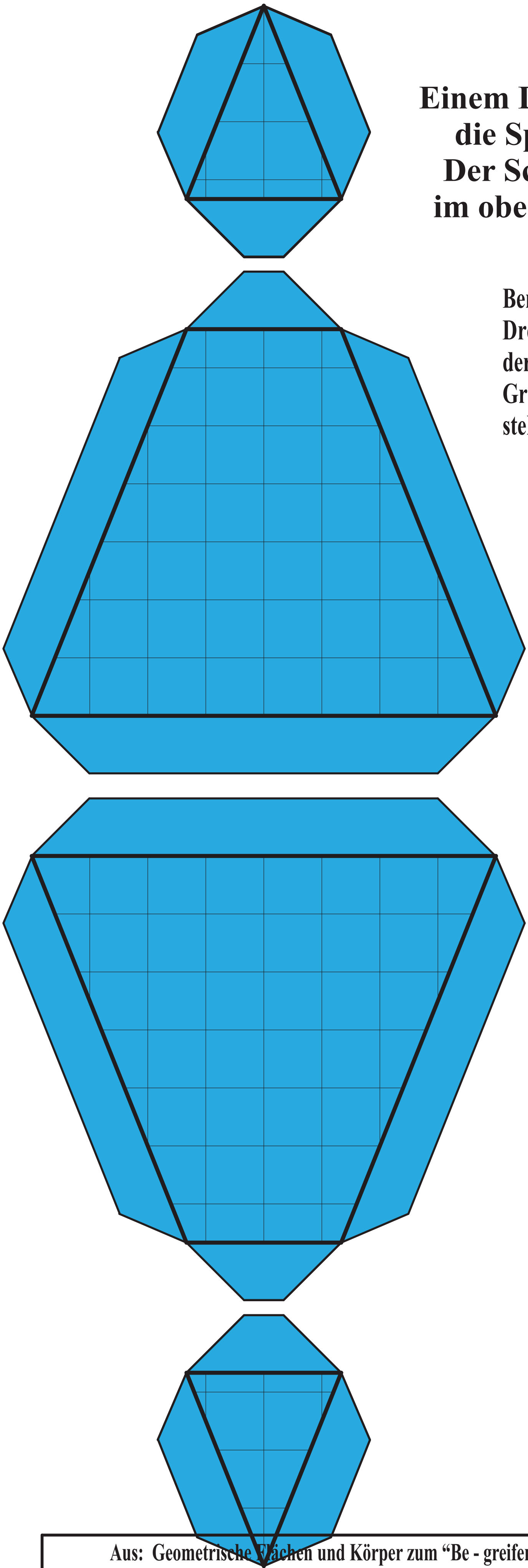
Dreiecksprisma

Achtung: Miss für die Berechnung der Oberfläche die genaue Länge des Umfanges. Die schräg angeschnittenen cm³ sind nämlich an der Schnittfläche oft länger oder kürzer als 1 cm!



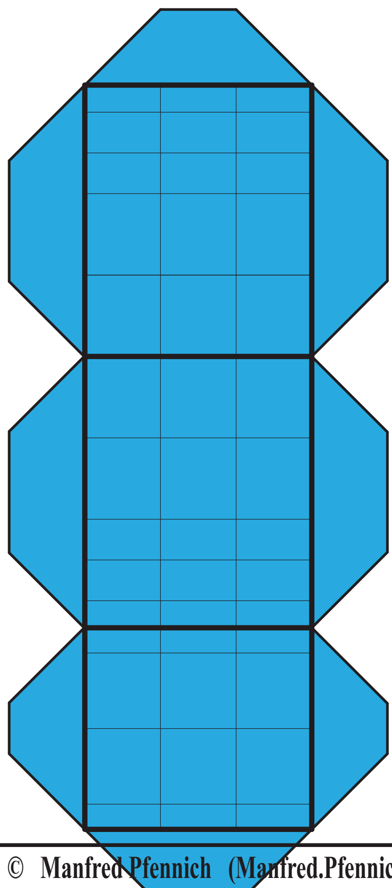


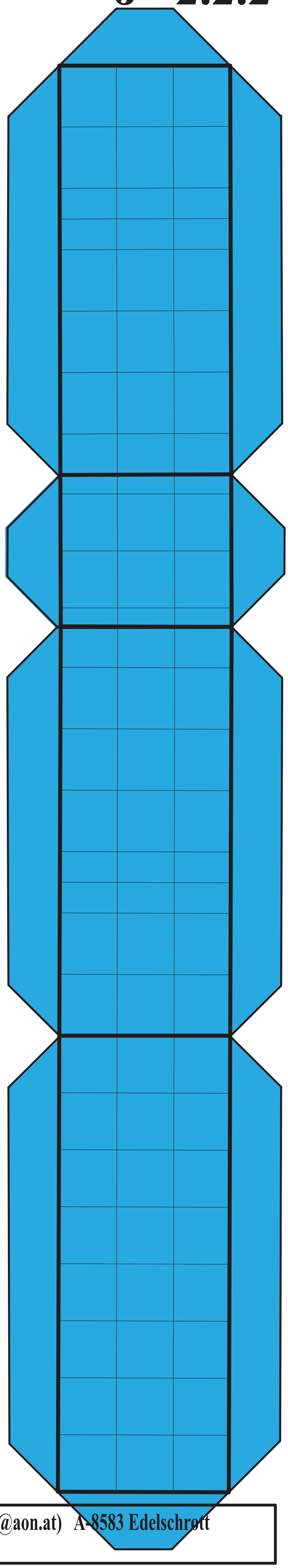


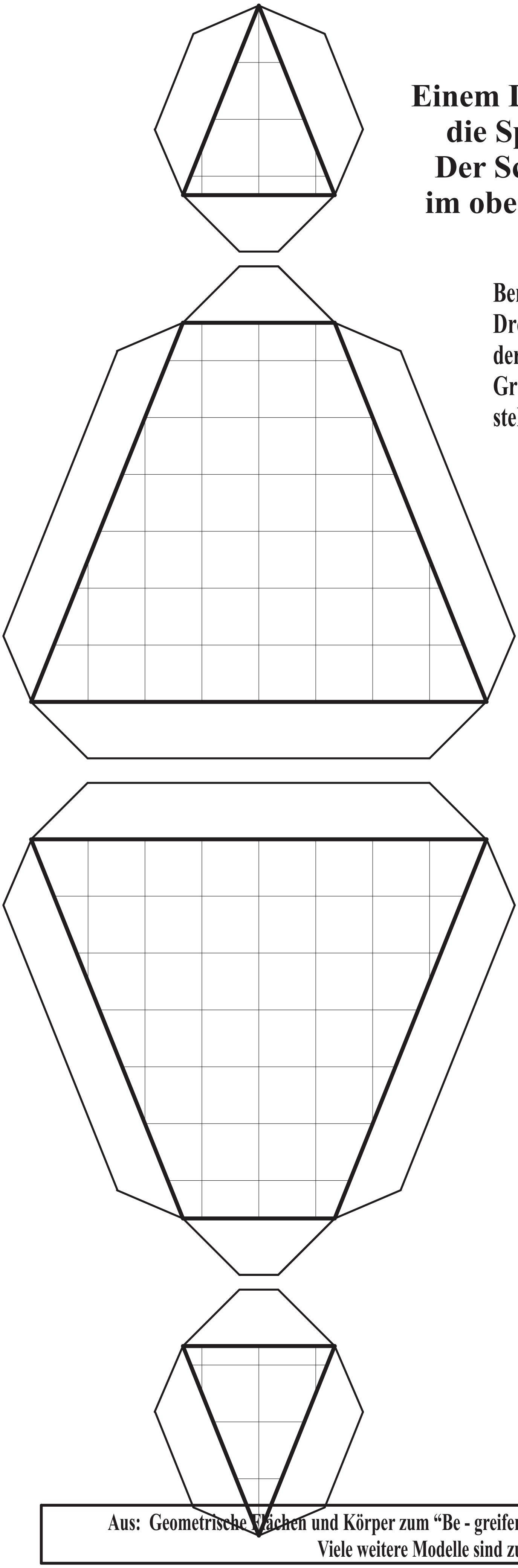


Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten. Der Schnitt erfolgte genau im oberen Drittel der Höhe.

Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?

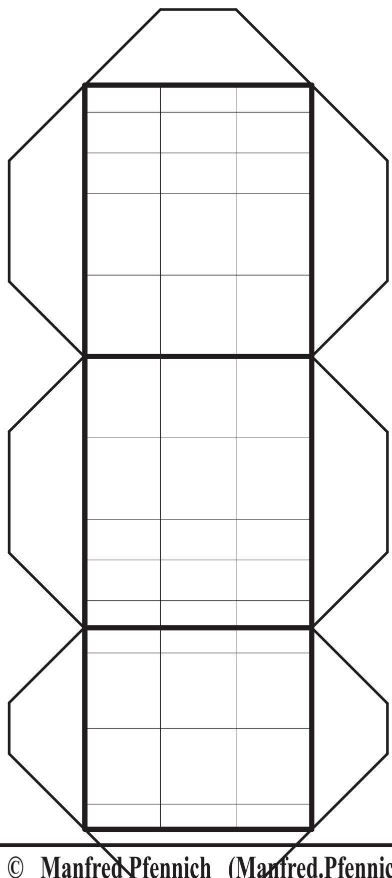


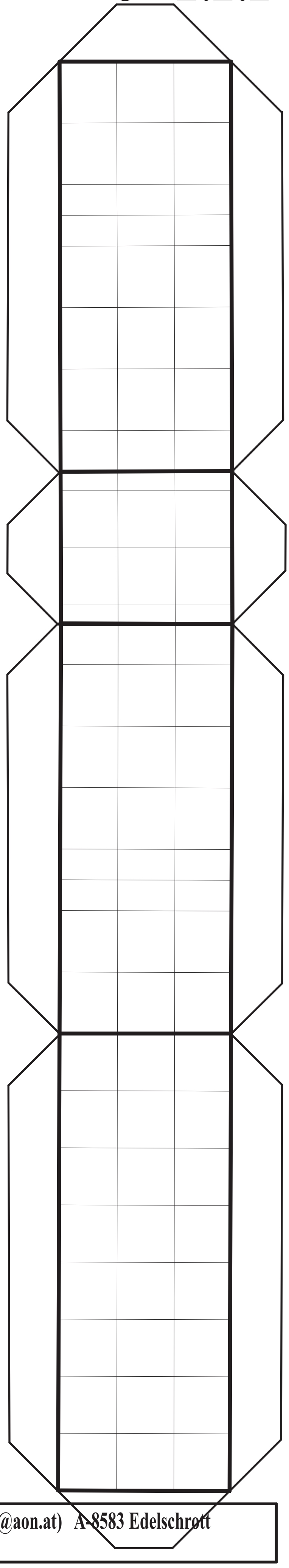




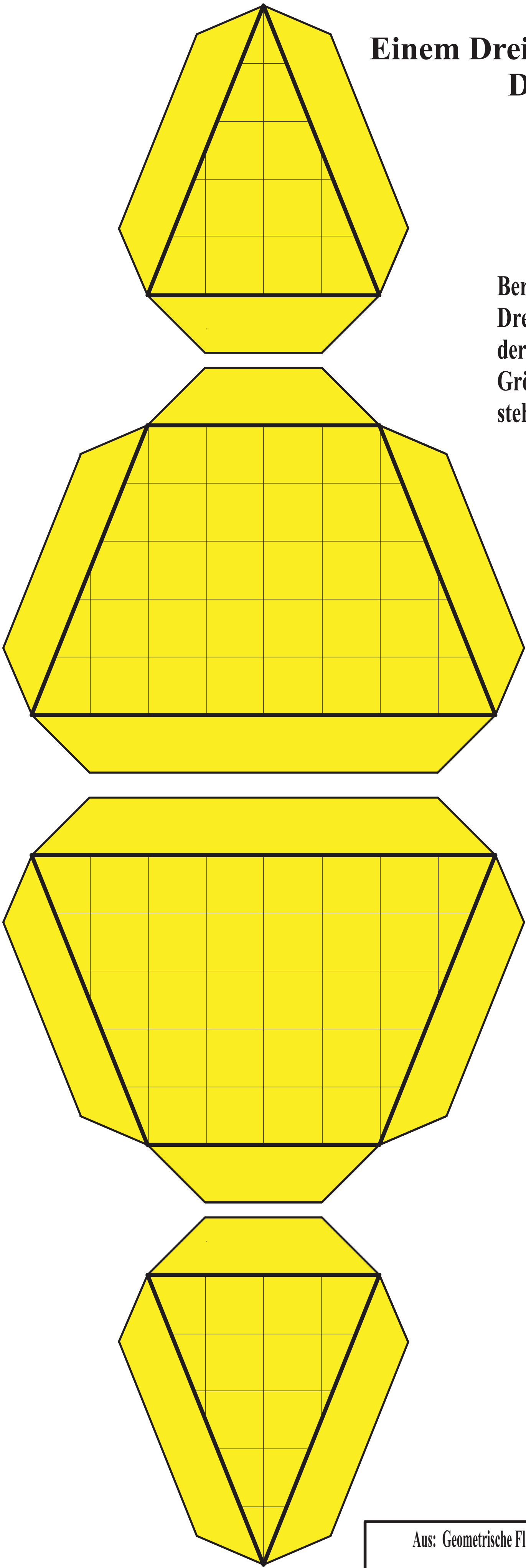
Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten. Der Schnitt erfolgte genau im oberen Drittel der Höhe.

Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?

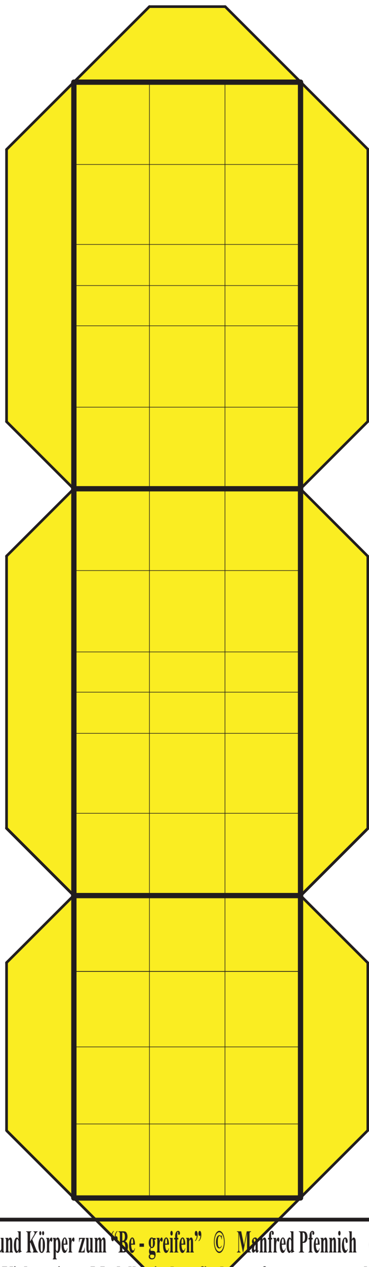


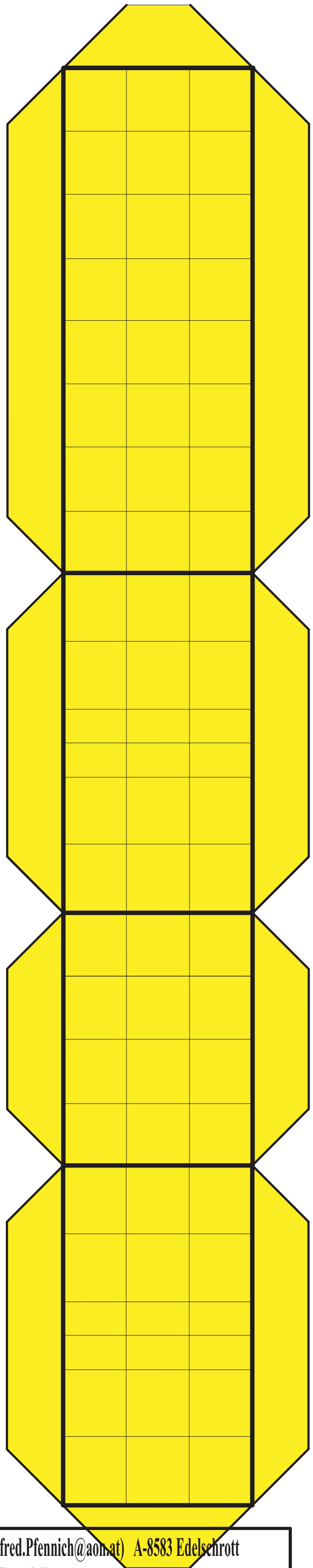


Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten. Der Schnitt erfolgte in halber Höhe

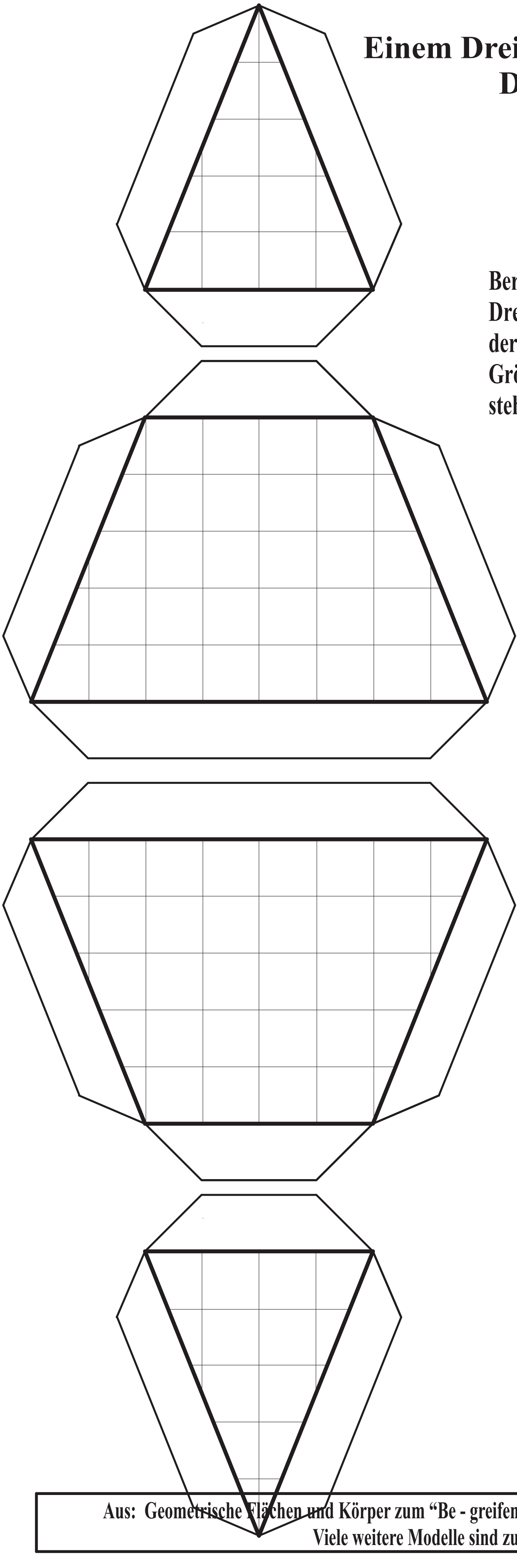


Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?

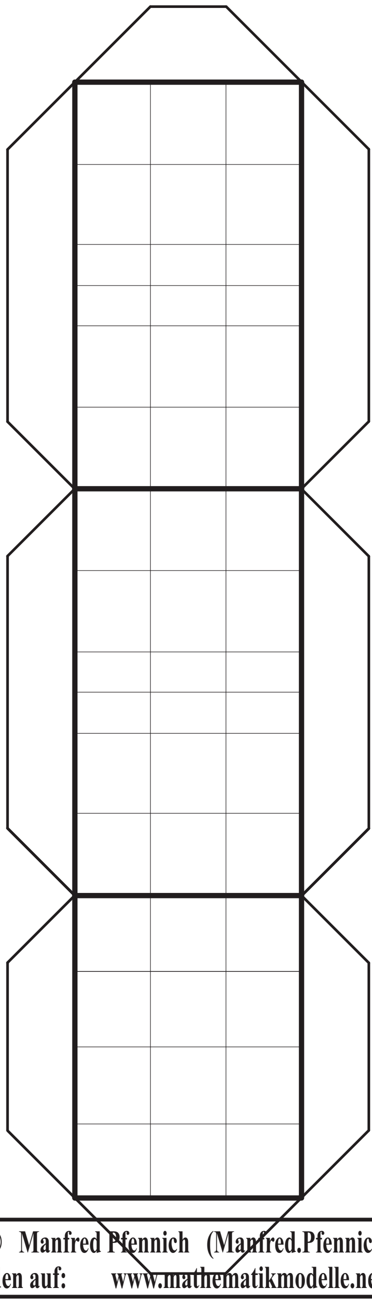


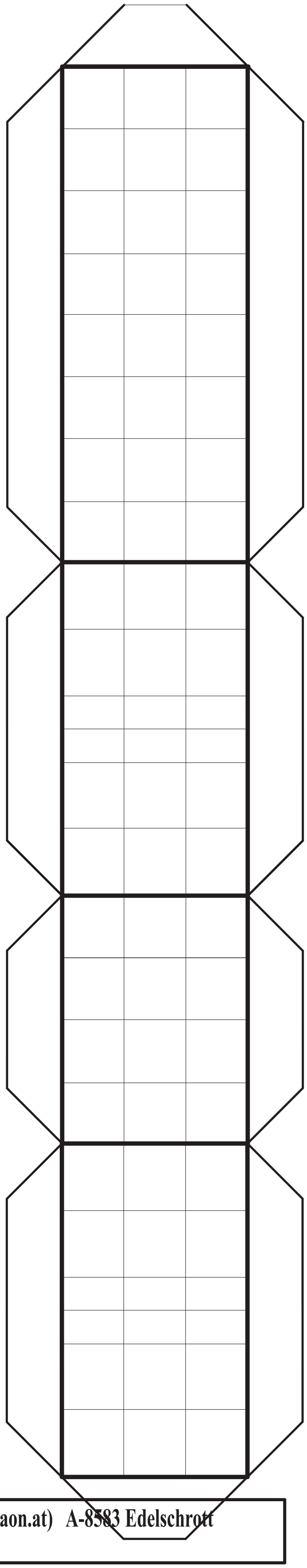


Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten. Der Schnitt erfolgte in halber Höhe



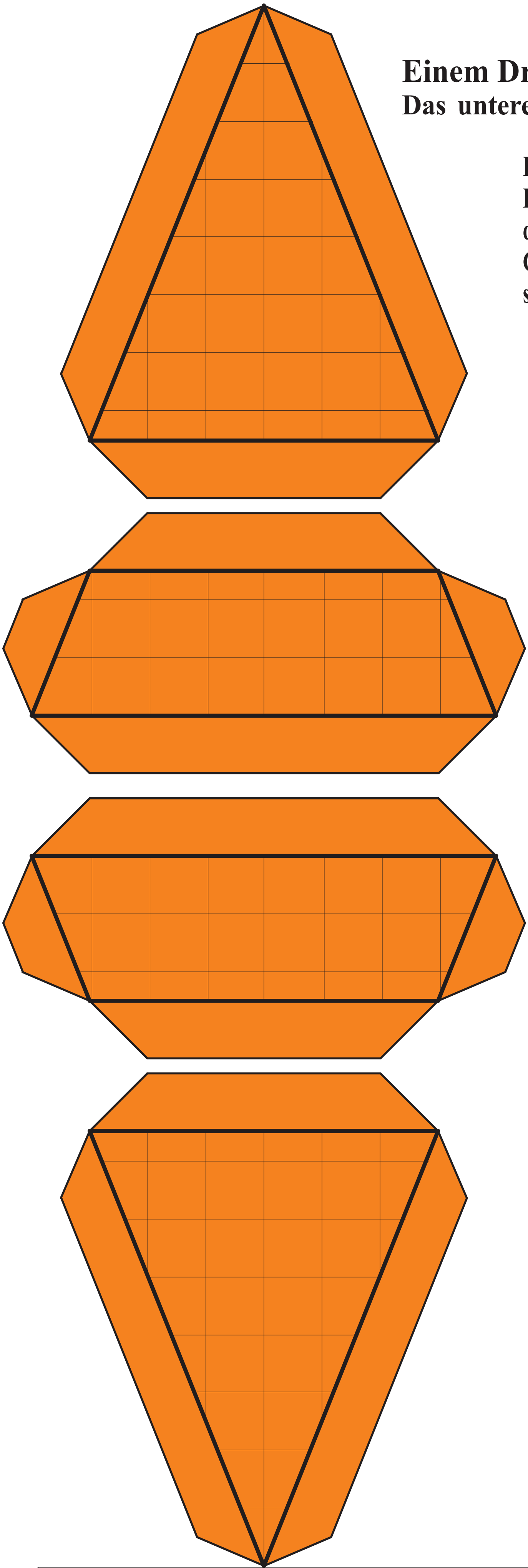
Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?



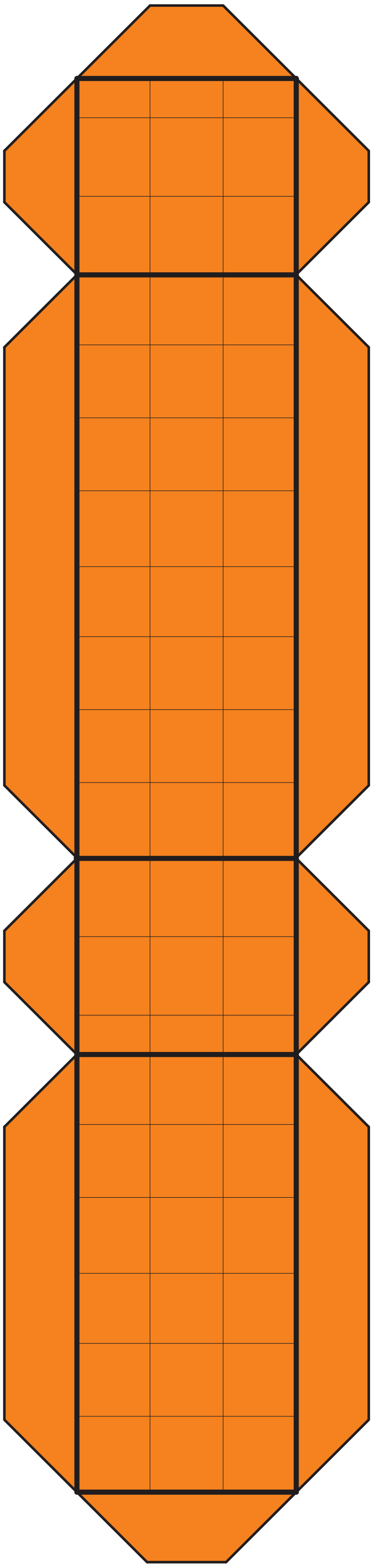


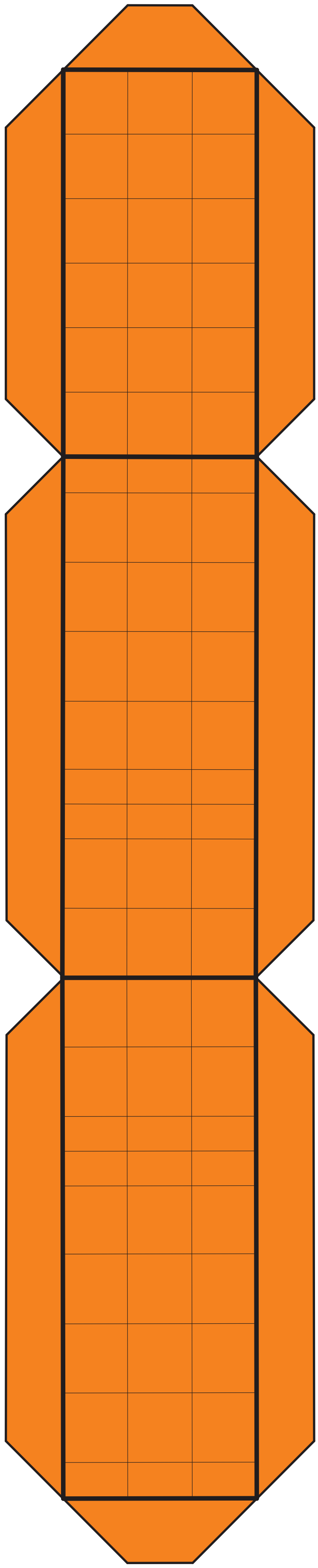
J 2.2.4

Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten.
Das untere Rest hat nur mehr 1/4 der ursprünglichen Höhe.



Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?

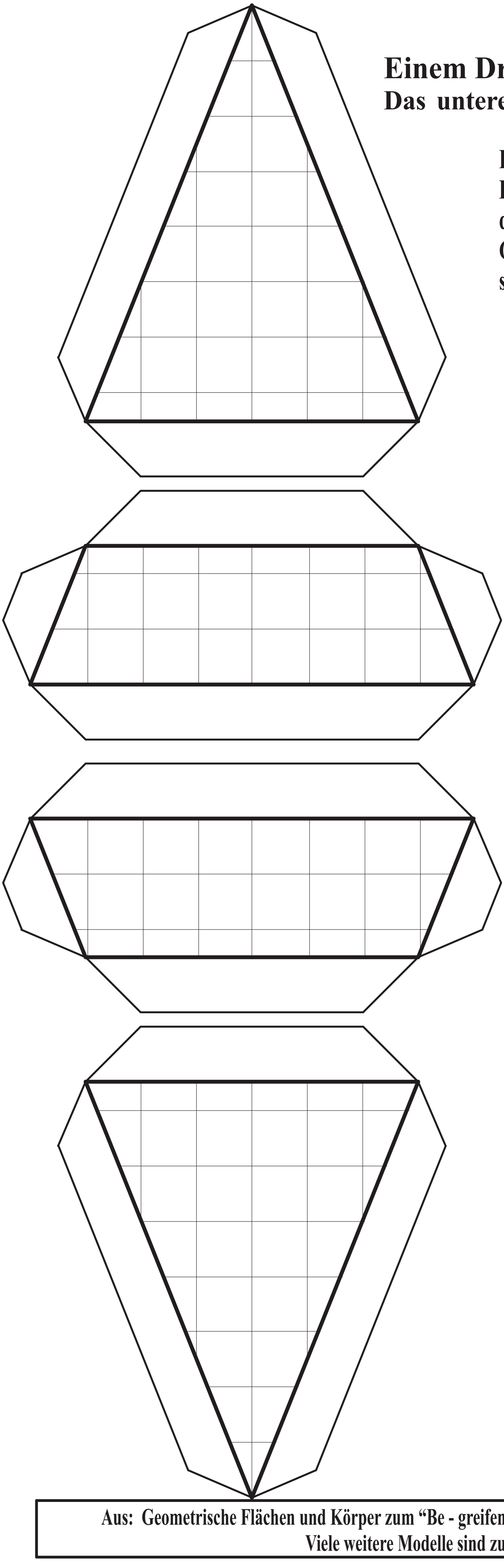


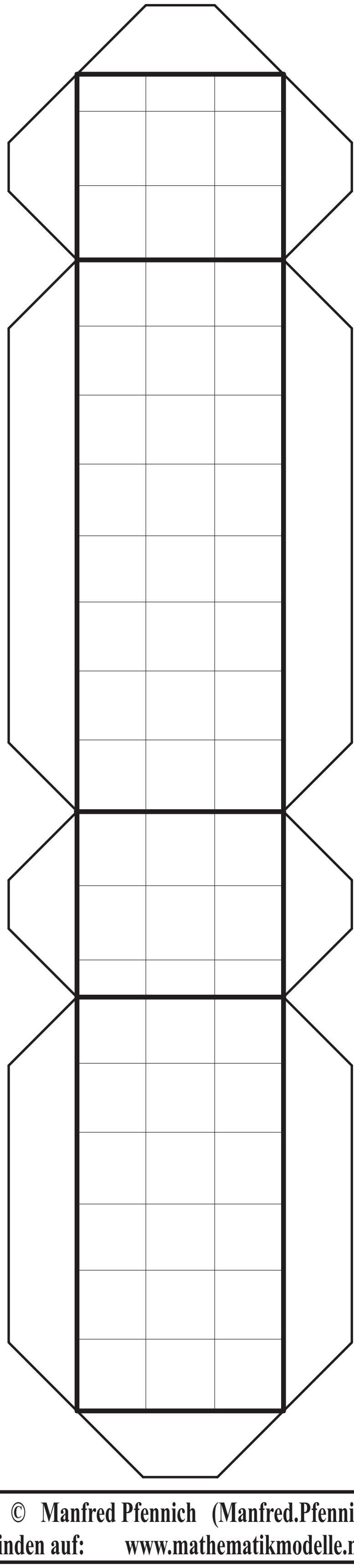


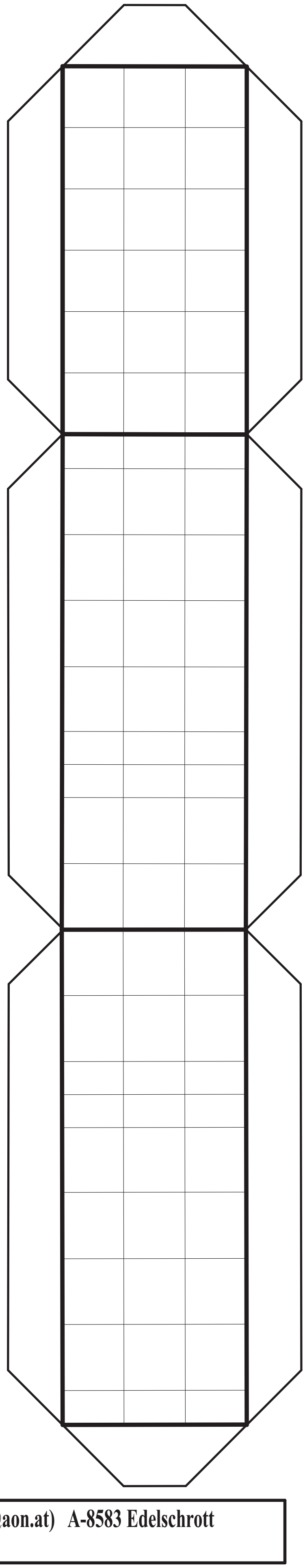
J 2.2.4

Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten.
Das untere Rest hat nur mehr 1/4 der ursprünglichen Höhe.

Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?







Eine quadrat. Pyramide verliert die Spitze

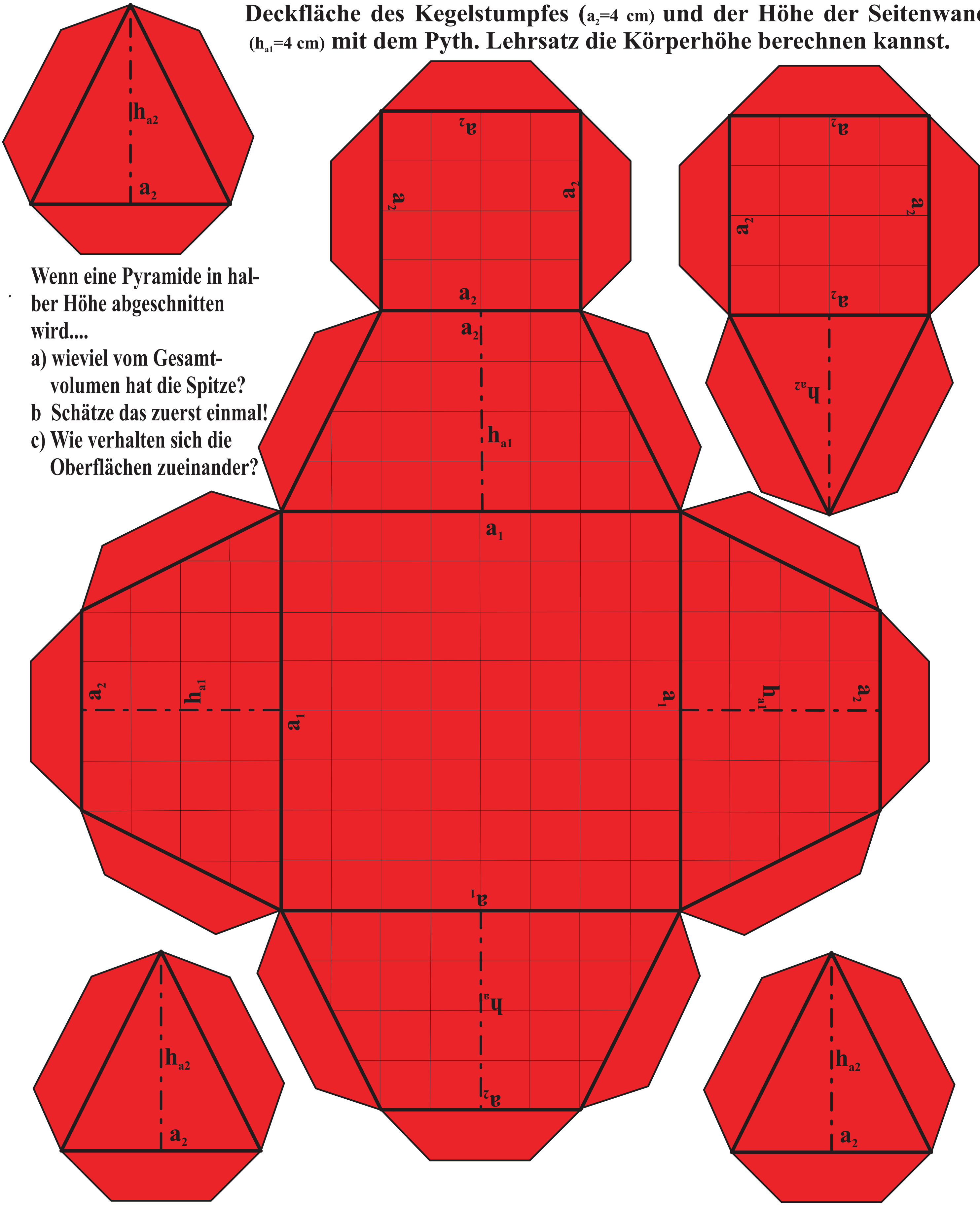
Überlege, wie du aus der Länge der Grundkante (a_1=8 cm), der Länge der Deckfläche des Kegelstumpfes (a_2=4 cm) und der Höhe der Seitenwand (h_{a1}=4 cm) mit dem Pyth. Lehrsatz die Körperhöhe berechnen kannst.

Wenn eine Pyramide in halber Höhe abgeschnitten wird....

a) wieviel vom Gesamtvolumen hat die Spitze?

b Schätze das zuerst einmal!

c) Wie verhalten sich die Oberflächen zueinander?



Eine quadr. Pyramide verliert die Spitze

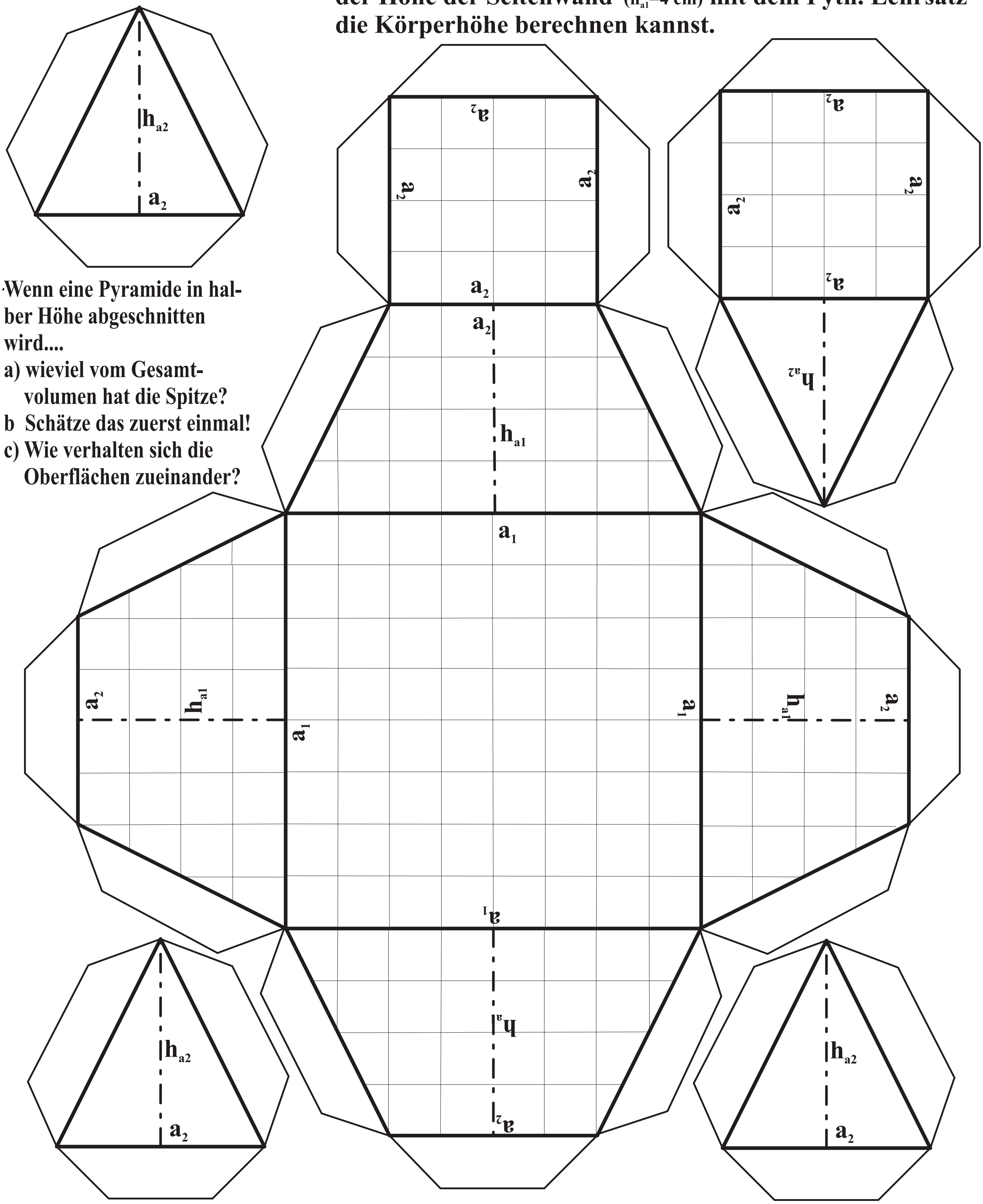
Überlege, wie du aus der Länge der Grundkante (a_1=8 cm), der Länge der Deckfläche des Kegelstumpfes (a_2=4 cm) und der Höhe der Seitenwand (h_{a1}=4 cm) mit dem Pyth. Lehrsatz die Körperhöhe berechnen kannst.

Wenn eine Pyramide in halber Höhe abgeschnitten wird....

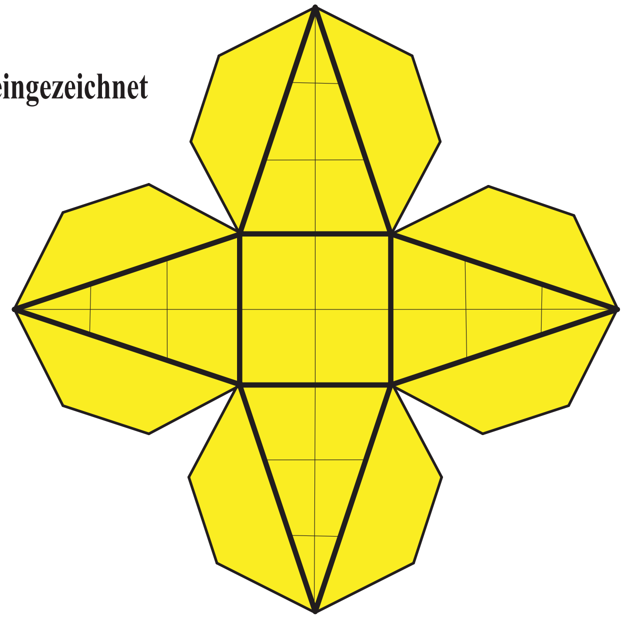
a) wieviel vom Gesamtvolumen hat die Spitze?

b Schätze das zuerst einmal!

c) Wie verhalten sich die Oberflächen zueinander?

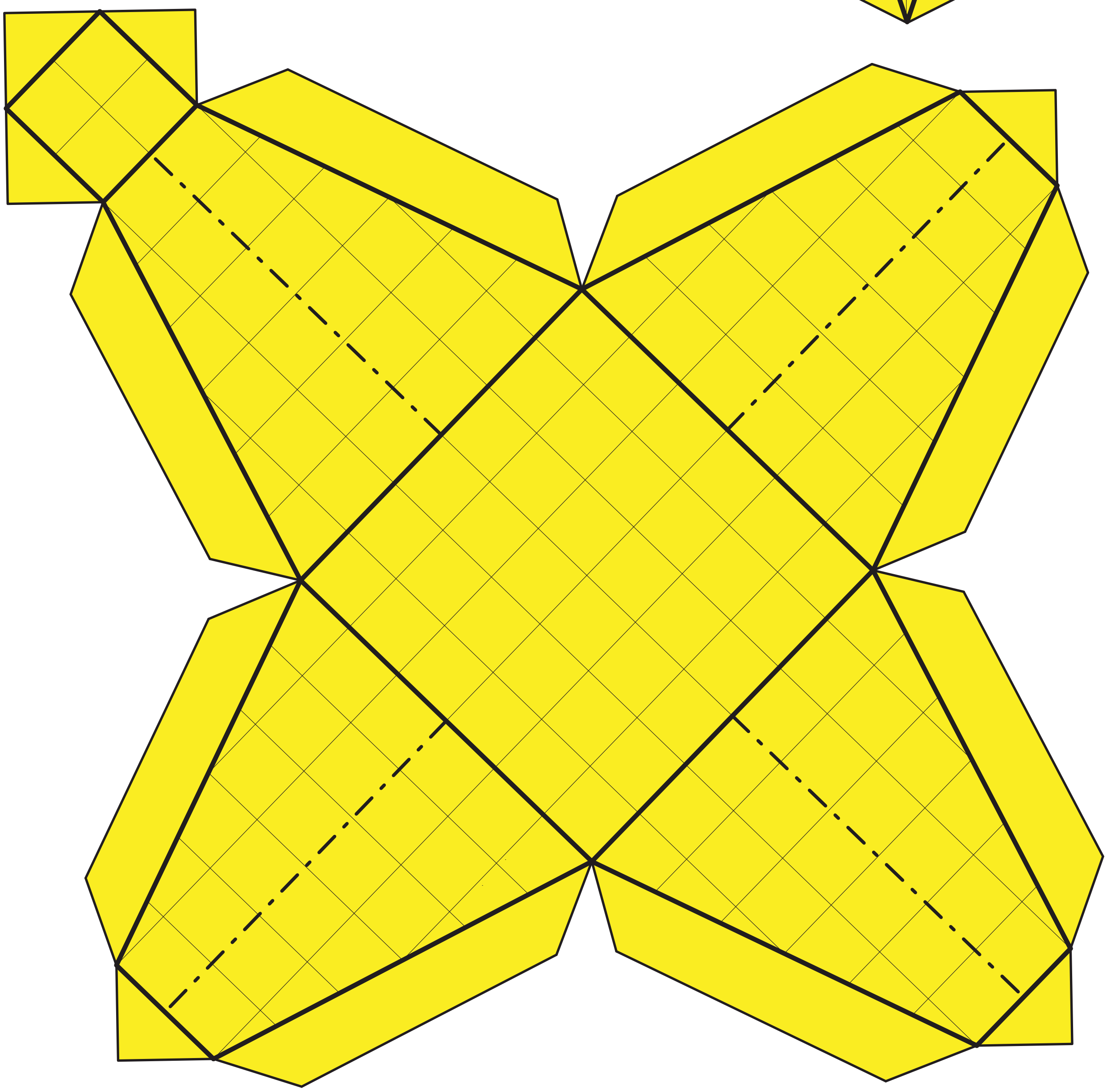


Einer Pyramide wird das obere Drittel abgeschnitten



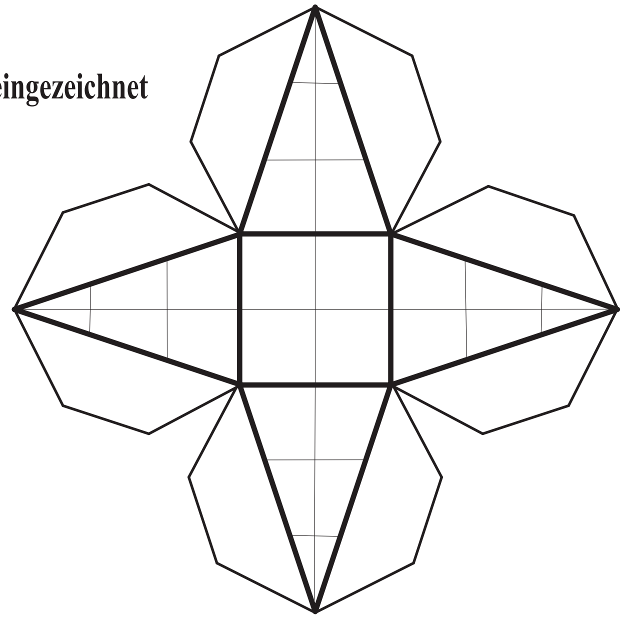
Die seitlichen Klebefalze müssen spitzer geschnitten werden, als sie eingezeichnet sind. Was ist der Grund dafür, dass sie so schlank sein müssen? Beschrifte an diesen Teilen alle wichtigen Strecken.

Wenn von einer Pyramide das obere Drittel abgeschnitten wird....
a) wieviel vom Gesamtvolumen hat die Spitze?
b Schätze das zuerst einmal!
c) Wie verhalten sich die Oberflächen zueinander? Haben auch sie das gleiche Zahlenverhältnis?

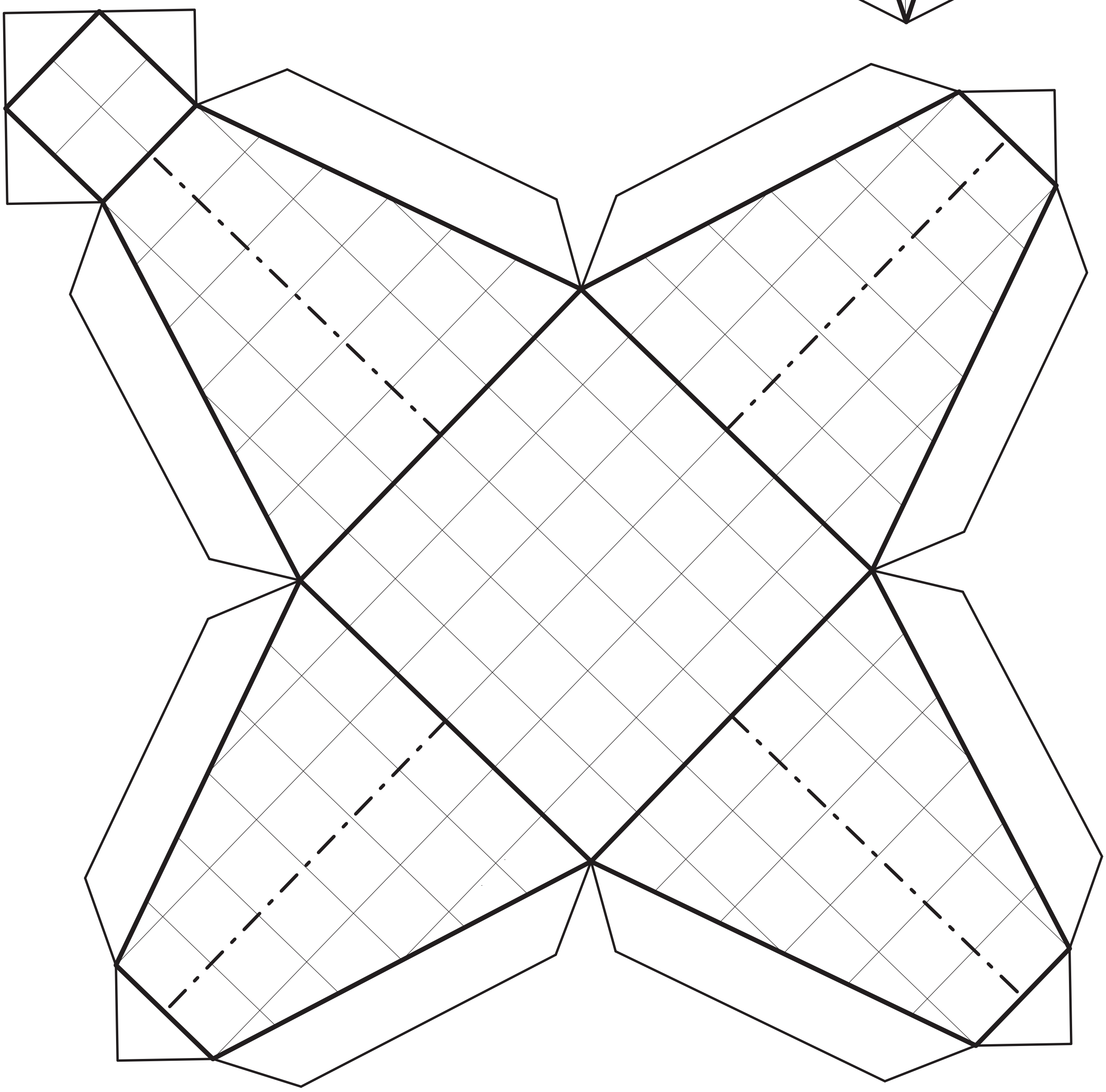


Einer Pyramide wird das obere Drittel abgeschnitten

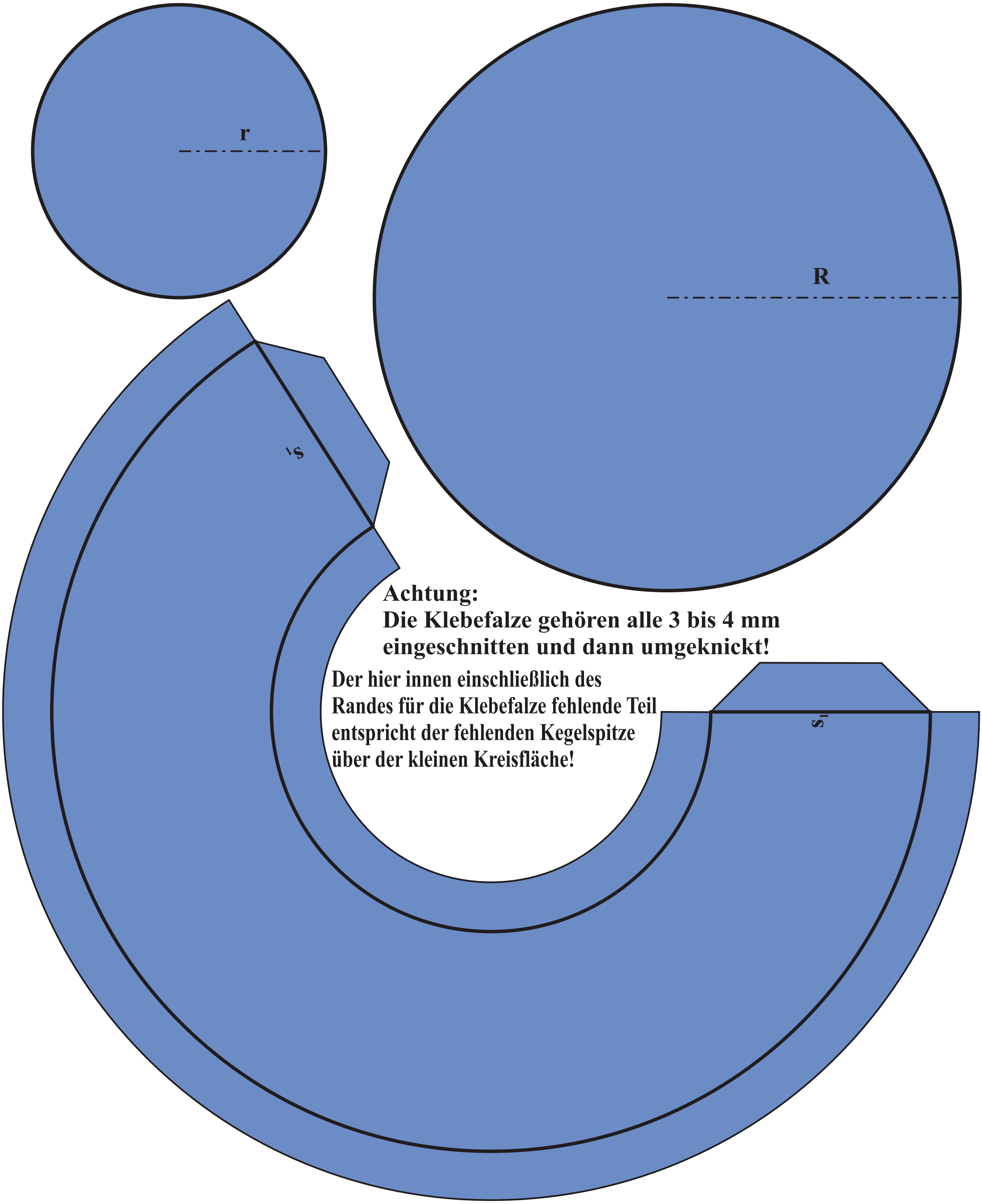
Die seitlichen Klebefalze müssen spitzer geschnitten werden, als sie eingezeichnet sind. Was ist der Grund dafür, dass sie so schlank sein müssen?
Beschrifte an diesen Teilen alle wichtigen Strecken.



Wenn von einer Pyramide das obere Drittel abgeschnitten wird....
a) wieviel vom Gesamtvolumen hat die Spitze?
b Schätze das zuerst einmal!
c) Wie verhalten sich die Oberflächen zueinander? Haben auch sie das gleiche Zahlenverhältnis?



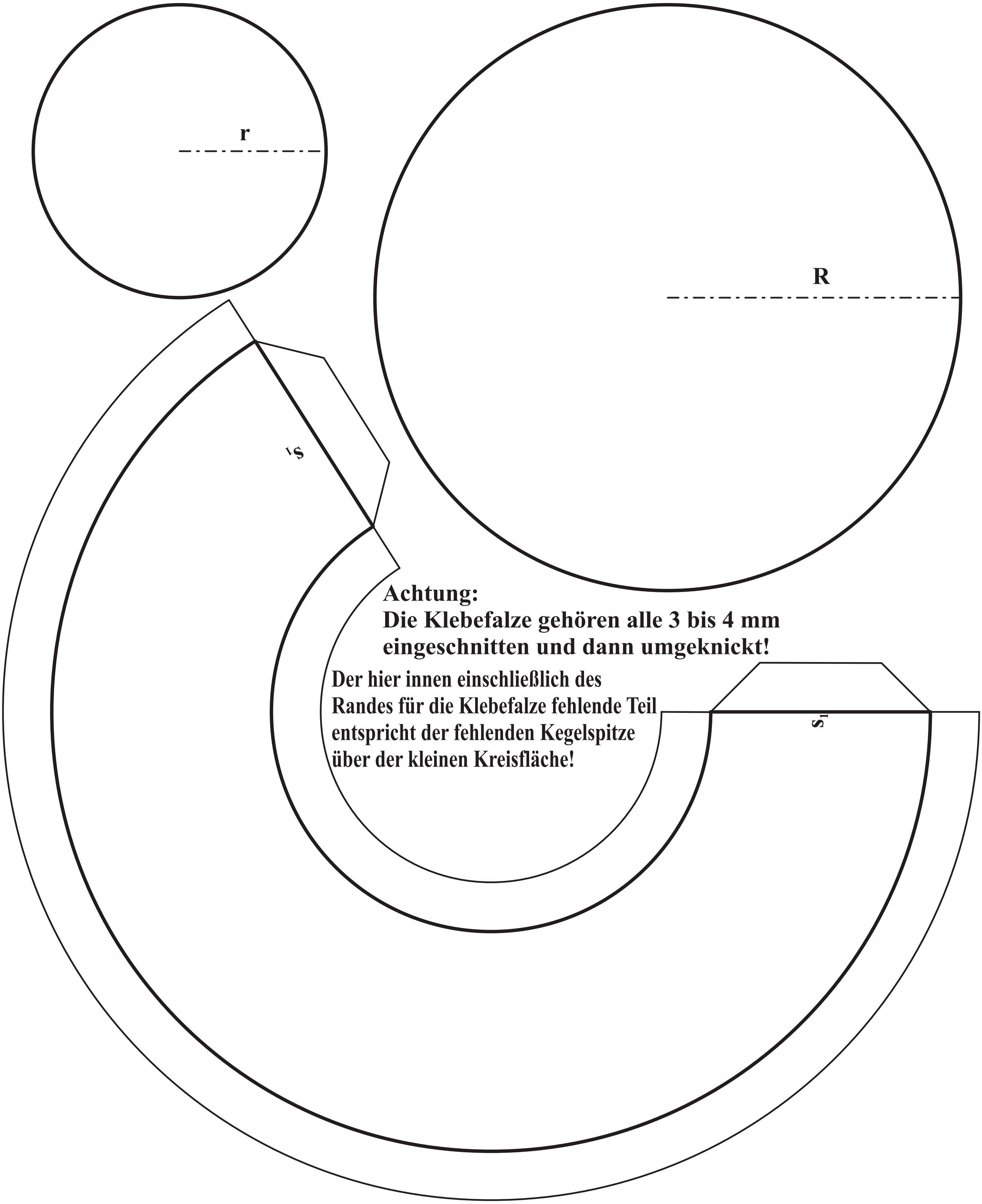
Ein Kegel verliert in halber Höhe die Spitze



Achtung:
Die Klebefalze gehören alle 3 bis 4 mm eingeschnitten und dann umgeknickt!

Der hier innen einschließlich des Randes für die Klebefalze fehlende Teil entspricht der fehlenden Kegelspitze über der kleinen Kreisfläche!

Ein Kegel verliert in halber Höhe die Spitze



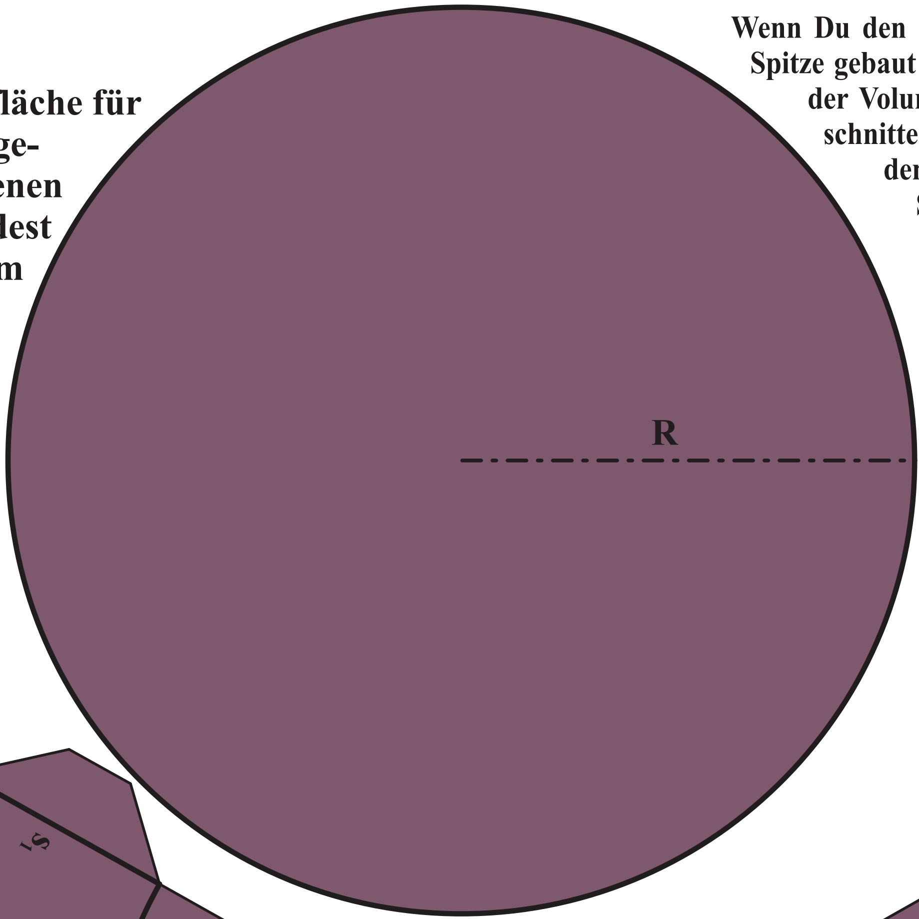
Achtung:
Die Klebefalze gehören alle 3 bis 4 mm eingeschnitten und dann umgeknickt!

Der hier innen einschließlich des Randes für die Klebefalze fehlende Teil entspricht der fehlenden Kegelspitze über der kleinen Kreisfläche!

Ein Kegel verliert seine Spitze im unteren Drittel

Wenn Du den Pyramidenstumpf und seine Spitze gebaut hast, dann schätze wie groß der Volumenanteil ist, der hier abgeschnitten wurde. Dann erst berechne den gesamten Kegel und seine Spitze.

Die Deckfläche für diesen abgeschnittenenen Kegel findest du auf dem nächsten Arbeitsblatt

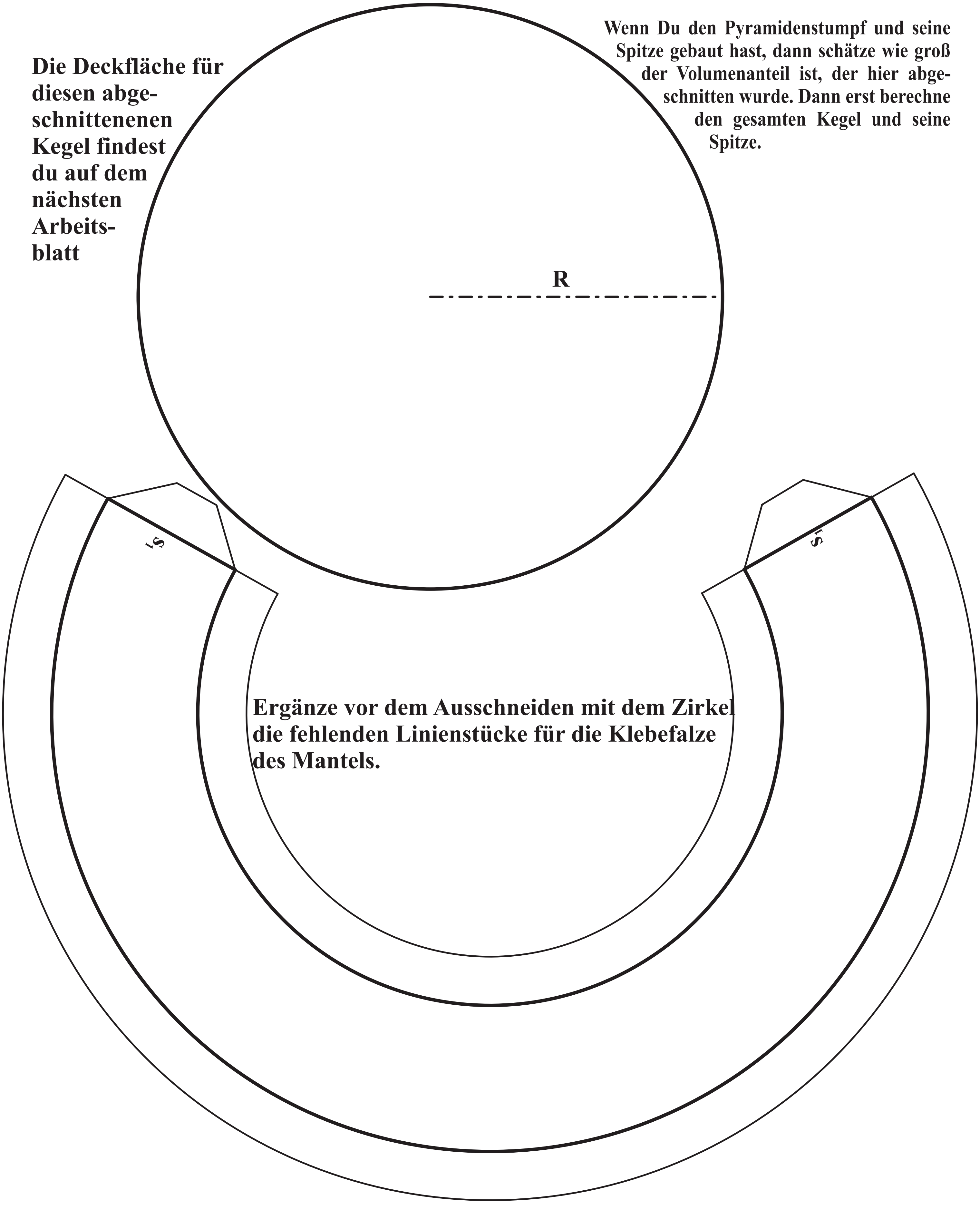


Ergänze vor dem Ausschneiden mit dem Zirkel die fehlenden Linienstücke für die Klebefalze des Mantels.

Ein Kegel verliert seine Spitze im unteren Drittel

Die Deckfläche für diesen abgeschnittenenen Kegel findest du auf dem nächsten Arbeitsblatt

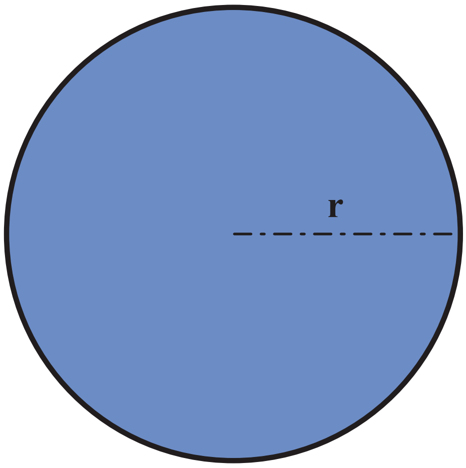
Wenn Du den Pyramidenstumpf und seine Spitze gebaut hast, dann schätze wie groß der Volumenanteil ist, der hier abgeschnitten wurde. Dann erst berechne den gesamten Kegel und seine Spitze.

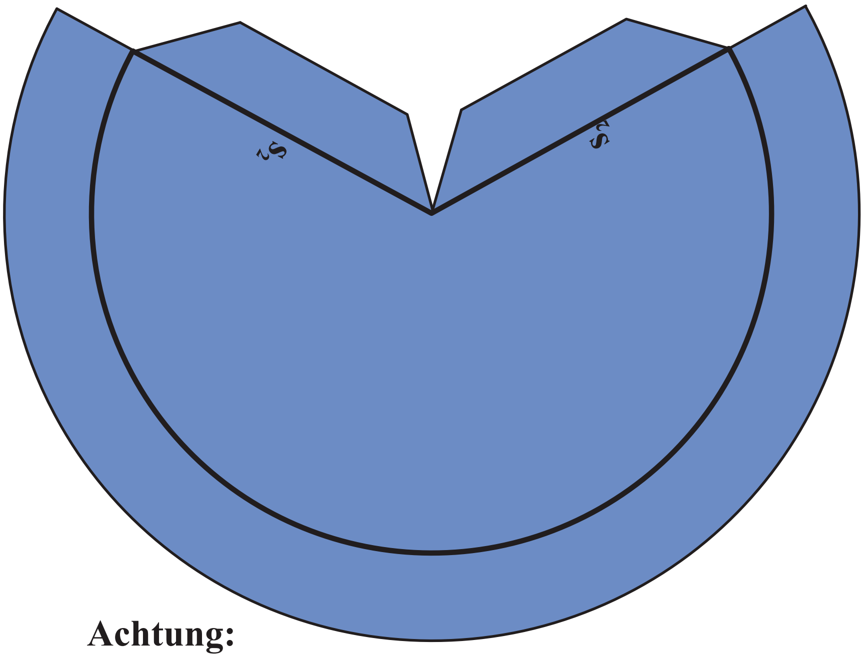


Ergänze vor dem Ausschneiden mit dem Zirkel die fehlenden Linienstücke für die Klebefalze des Mantels.

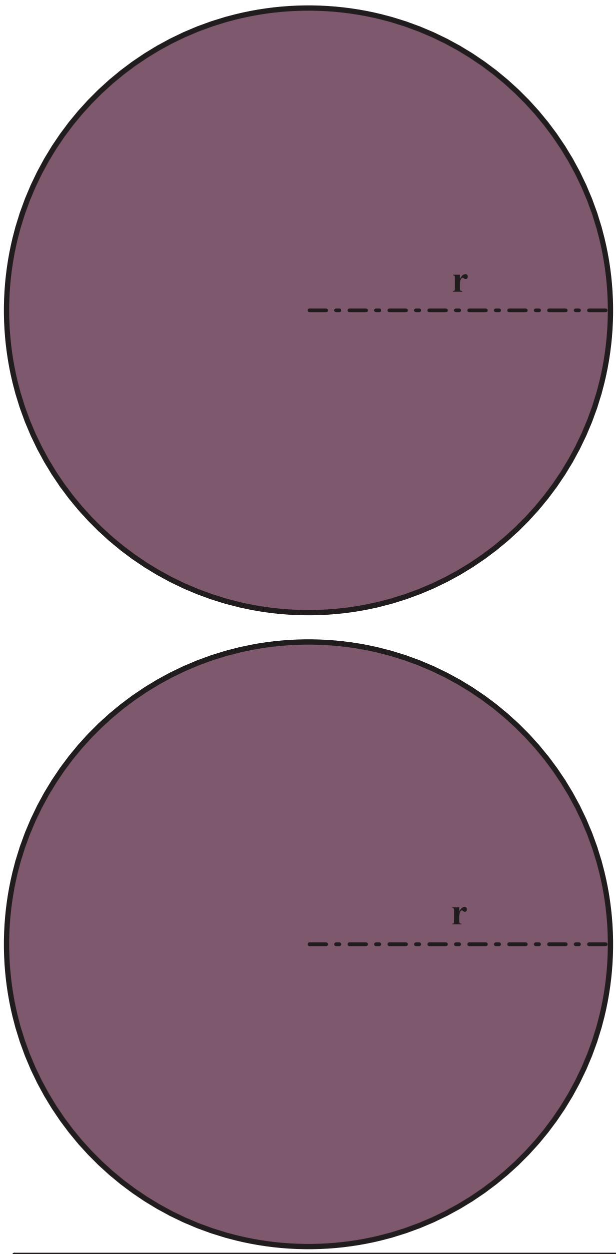
Die abgetrennten Kegel - Spitzen

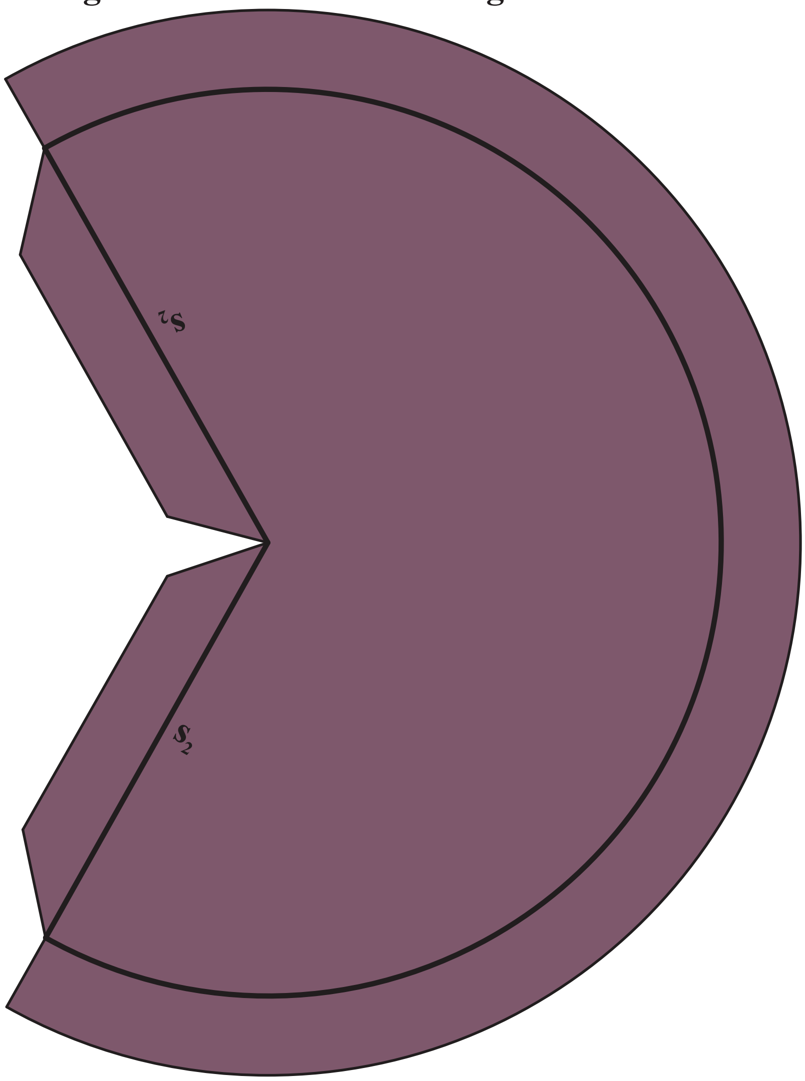
Wenn Du den Pyramidenstumpf und seine Spitze gebaut hast, dann schätze wie groß der Volumenanteil ist, der hier abgeschnitten wurde. Dann erst berechne das Volumen des gesamten Kegels und das seiner Spitze.





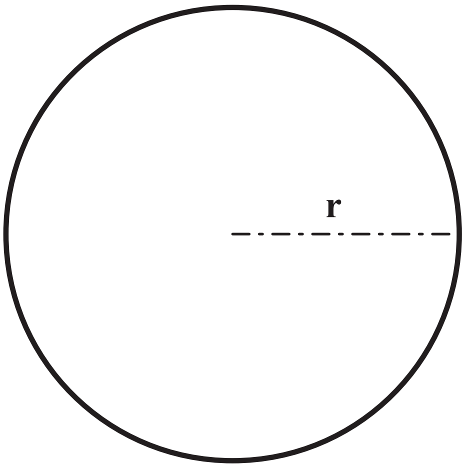
Achtung:
Die Klebefalze gehören alle 3 bis 4 mm eingeschnitten und dann umgeknickt!

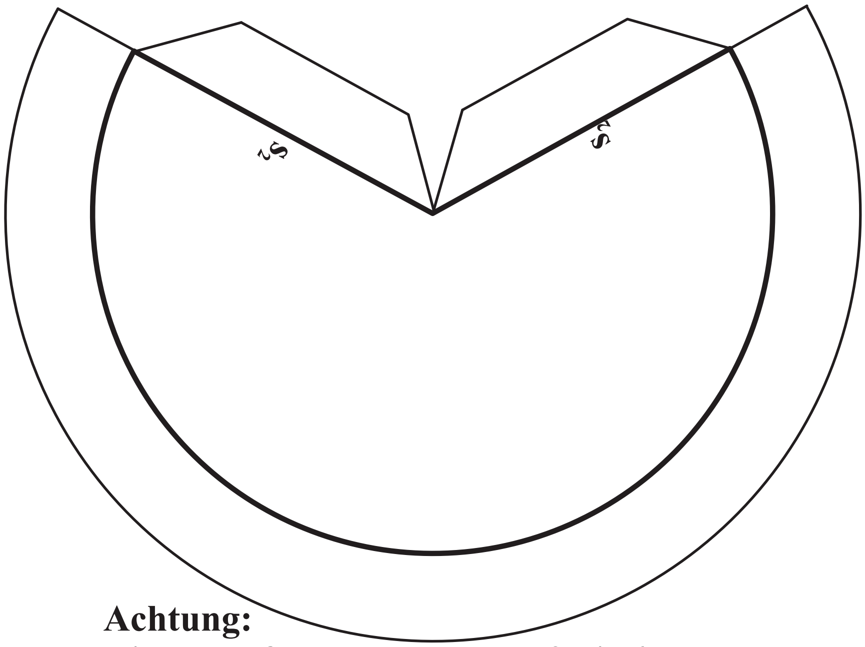




Die abgetrennten Kegel - Spitzen

Wenn Du den Pyramidenstumpf und seine Spitze gebaut hast, dann schätze wie groß der Volumenanteil ist, der hier abgeschnitten wurde. Dann erst berechne das Volumen des gesamten Kegels und das seiner Spitze.





Achtung:
Die Klebefalze gehören alle 3 bis 4 mm eingeschnitten und dann umgeknickt!